

© 2024 г. А.Н. ЖИРАБОК, д-р техн. наук (zhirabok@mail.ru)
(Дальневосточный федеральный университет, Владивосток;
Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток),
В.Ф. ФИЛАРЕТОВ, д-р техн. наук (filaretov@inox.ru)
(Институт автоматика и процессор управления ДВО РАН, Владивосток),
А.В. ЗУЕВ, канд. техн. наук (zuev@dvo.ru)
(Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток),
А.Е. ШУМСКИЙ, д-р техн. наук (a.e.shumsky@yandex.com)
(Дальневосточный федеральный университет, Владивосток)

МЕТОД ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ПОЛНОЙ ИЛИ ЧАСТИЧНОЙ РАЗВЯЗКОЙ ОТ ДЕФЕКТОВ¹

Рассматривается задача получения свойства отказоустойчивости в технических системах, описываемых нелинейными динамическими моделями, за счет введения обратной связи, обеспечивающей полную или частичную развязку от дефектов. Решение основано на выделении подсистемы, нечувствительной или малочувствительной к дефектам, и последующем ее анализе. Для решения используется логико-динамический подход, оперирующий только методами линейной алгебры. Изложенное иллюстрируется практическим примером.

Ключевые слова: нелинейные системы, дефекты, развязка, обратная связь, сингулярное разложение.

DOI: 10.31857/S0005231024070026, **EDN:** XSBNVL

1. Введение

Современные технические системы (роботы, системы управления) подвержены действию различных дефектов, возникающих в их составных частях. Одним из способов устранения влияния таких дефектов является резервирование [1], что, однако, связано с введением значительной избыточности и не всегда реализуемо на практике. Более перспективным подходом к повышению надежности, безопасности и эффективности таких систем является использование методов технической диагностики, которые в реальном масштабе времени должны обеспечить обнаружение возникающих дефектов, а также определение величин изменившихся параметров системы и ошибок в показаниях их датчиков, после чего обеспечивается оперативное парирование всех идентифицированных изменений, приводящих к нежелательным последствиям.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (проект FZNS-2023-0011).

Различные методы технической диагностики обстоятельно изложены в [2], где также приведена основная терминология в этой области вместе с соответствующими англоязычными терминами. Согласно [2] под дефектом понимается недопустимое отклонение по крайней мере одного из характеристических свойств или переменных системы от стандартного (номинального) поведения. В настоящей работе это отклонение представлено неизвестной ограниченной функцией времени $d(t)$, добавляемой к тем или иным компонентам вектора состояния системы в зависимости от места появления дефекта.

Известно [3], что адаптивные системы, предназначенные для парирования последствий дефектов и изменений параметров объектов управления, можно разделить на две большие группы: системы с самонастройкой структуры (самоорганизующиеся системы) и системы с самонастройкой параметров (собственно самонастраивающиеся системы). В системах с самонастройкой структуры производится внесение определенных структурных изменений в диагностируемую систему, т.е. выполняется ее реконфигурация с целью удаления отказавших элементов и использования резервных. В самонастраивающихся системах, отнесенных ко второй группе, в зависимости от изменения параметров объекта управления, возникающих дефектах или внешних воздействий настраиваются только те или иные параметры используемого регулятора по некоторому алгоритму, заложенному в устройстве самонастройки. При этом система с дефектами и изменившимися параметрами должна продолжить свое функционирование, сохраняя свои важнейшие характеристики в допустимых пределах.

Каждый из перечисленных подходов имеет свои особенности, которые в определенной степени ограничивают область их практического применения. В частности, возможность привлечения резервных элементов ограничивается предельно допустимыми конструктивными и эксплуатационными (массогабаритными, энергетическими и т.п.) характеристиками конкретных роботов.

Примерами реализации такого подхода могут служить работы [4, 5]. В первой авторами решена задача отказоустойчивого управления подводными роботами при выходе из строя одного из двигателей, во второй – при неисправностях электроприводов, установленных в сочленениях манипулятора. В обоих случаях предполагается отключение неисправного исполнительного привода и последующее распределение его управляющих воздействий между остальными с дополнительным подключением резервных. Недостатком таких систем является необходимость наличия избыточного количества исполнительных элементов у роботов, что усложняет конструкцию и значительно увеличивает стоимость роботов. Кроме того, целесообразность использования резерва должна обосноваться дополнительными расчетами показателей надежности. Это связано с тем, что резервные элементы, как правило, имеют такую же надежность, что и замещаемые. В результате возможность повышения надежности роботов за счет резервирования существенно ограничена. Методы адаптации к дефектам, основанные на самонастройке, позволяют избежать дополнительных аппаратурных затрат, но использование

этих методов допускает деградацию некоторых (обычно второстепенных) показателей функционирования роботов, что может отразиться на их тактико-технических характеристиках, а в ряде случаев даже потребовать корректировки выполняемой миссии.

Известны отказоустойчивые самонастраивающиеся системы с эталонной моделью, принципы построения которых приведены в [6, 7]. Основной особенностью систем этого типа является наличие в явном виде технического устройства (модели), которое обладает заданными динамическими свойствами. При этом динамику всей системы в целом сводят к желаемой динамике модели. Такие системы адаптации к дефектам и переменным параметрам нашли применение как в наземной, так и в подводной робототехнике [8–10], обеспечивая качественное управление роботами с помощью достаточно простых средств без идентификации параметров, обусловленных появлением дефектов или другими внешними факторами, в процессе их работы. В качестве основного недостатка таких систем следует отметить наличие высокочастотных колебаний в контуре самонастройки, что в некоторых случаях может значительно снизить качество адаптации к возникающим дефектам и переменным параметрам. Кроме того, при работе таких систем не производится определение отклонений параметров от своих номинальных значений, что при появлении критических дефектов (например, замыкании части витков обмотки якорных цепей электродвигателей, появлении существенных внешних моментов на валах двигателей) не позволит провести своевременную остановку работы роботов, и тем самым предотвратит их дальнейшую поломку. Указанные системы также не позволяют учитывать возникающие ошибки в показаниях датчиков роботов.

Часто для компенсации последствий возникающих дефектов и отклонений параметров от номинальных значений в технике используют оптимально-робастные [11–13] принципы построения адаптивных систем. Преимуществом таких систем является достаточно высокая робастность к неопределенным параметрам роботов, однако их синтез проводится по линеаризованной модели, что ограничивает их использование для отказоустойчивого управления пространственным движением сложных динамических объектов.

В настоящее время одним из наиболее распространенных видов робастных систем управления являются системы с переменной структурой, работающие в скользящем режиме. Примеры их использования для отказоустойчивого управления роботами приведены в [14–17]. Несмотря на то, что системы управления с адаптацией к возникающим дефектам и отклонениям параметров на основе систем с переменной структурой обладают рядом существенных преимуществ по сравнению с другими видами отказоустойчивых систем, они обладают также и недостатком, который заключается в том, что для обеспечения работоспособности системы с переменной структурой во всем диапазоне изменения параметров роботов эти системы синтезируются с учетом «наихудшего» случая, когда эти параметры обеспечивают наименьшее быстроедействие системы. В результате даже при отсутствии дефектов будут

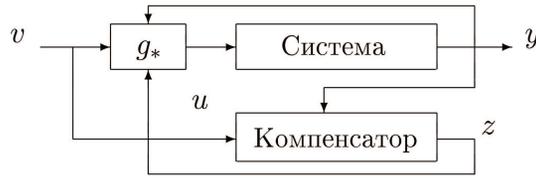


Рис. 1. Схема реализации предлагаемого решения.

формироваться дополнительные сигналы управления, что увеличит амплитуду формируемых сигналов управления, расход энергии и, следовательно, снизит время автономной работы. То есть отказоустойчивые системы управления данного типа обладают заведомо заниженным быстродействием.

Рассмотренные выше подходы и методы проиллюстрированы в основном примерами роботов, однако их особенности справедливы и для многих современных технических систем.

Определенной альтернативой рассмотренным методам являются подходы на основе полной или частичной развязки от дефектов, когда дефект обнаруживается, но величины изменившихся параметров системы не определяются, а управляющее воздействие на систему корректируется за счет использования специально построенного компенсатора и нового управления, что позволяет системе выполнять свои основные операции с прежним или допустимо пониженным качеством. Предполагается, что выполнение этих операций зависит не от всех компонент вектора состояния системы, а только от определенной их части, которая задается известной функцией, и эти компоненты требуется полностью или частично развязать от дефектов, возможных в системе.

Схема реализации предлагаемого решения представлена на рис. 1, где $u(t)$ и $y(t)$ – векторы управления и выхода системы, $z(t)$ – вектор состояния компенсатора, $v(t)$ – новое управление, g_* – функция, определяемая ниже. Если управление $u(t)$ было построено для выполнения системой определенных операций, то новое управление $v(t)$ должно быть построено для выполнения этих же операций в системе с компенсатором с прежним или допустимо пониженным качеством.

Подход имеет определенные ограничения, образно можно сказать, что он может быть реализован тогда, когда между местом, где возникает дефект, и переменными системы, которые требуется развязать от этого дефекта, имеется управляющий сигнал, с использованием которого и осуществляется развязка.

Такой подход для систем, описываемых нелинейными разностными уравнениями, был реализован в [18, 19] на основе полной развязки с использованием достаточно сложного математического аппарата алгебры функций. В отличие от этого, в настоящей работе рассматриваются системы, заданные нелинейными дифференциальными уравнениями, подверженные дефектам. Для такой системы требуется найти описание компенсатора и функцию g_* ,

которые позволяют полностью или частично развязать от дефектов заданные компоненты вектора состояния системы.

Проблема определения нового управления $v(t)$ в работе не рассматривается, поскольку это управление зависит от задач, решаемых системой, и может быть определено при конкретизации этих задач. После построения компенсатора новое управление может быть определено известными методами [20], сам компенсатор зависит от заданных компонент вектора состояния системы, места появления дефекта и не зависит от задач, решаемых системой.

Отметим, что для аффинных систем подобная задача решалась в [21] на основе полной развязки достаточно сложными методами дифференциальной геометрии. Новизна настоящей работы состоит в том, что рассматриваемые системы могут содержать негладкие нелинейности; для решения задачи используется логико-динамический подход [22], позволяющий при определенных ограничениях на класс решений анализировать нелинейные системы методами линейной алгебры. Кроме того, дополнительно к полной рассматривается и частичная развязка от дефектов.

Остальная часть работы построена следующим образом. В разделе 2 рассматриваются основные модели: приводятся описания заданной нелинейной системы и ее подмодели, на основе которой далее строится компенсатор. В разделе 3 строится подмодель, нечувствительная к дефектам, а разделе 4 – минимально чувствительная к ним. Раздел 5 посвящен построению компенсатора. Пример рассматривается в разделе 6, седьмой раздел завершает работу.

2. Основные модели

Рассматриваются системы, описываемые нелинейной моделью

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) + C\Psi(x(t), u(t)) + Dd(t), \\ y(t) &= Hx(t), \end{aligned}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^l$ – векторы состояния, управления и выхода; F и G – известные постоянные матрицы, описывающие линейную динамику; H , C и D – известные постоянные матрицы, $d(t)$ – скалярная функция, описывающая дефекты: если они отсутствуют, то $d(t) = 0$, при их появлении $d(t)$ становится неизвестной ограниченной функцией времени; $\Psi(x, u)$ – нелинейная составляющая, представленная в виде

$$\Psi(x, u) = \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1x, u) \\ \dots \\ \varphi_q(A_qx, u) \end{pmatrix},$$

A_1, \dots, A_q – известные постоянные матрицы-строки, $\varphi_1, \dots, \varphi_q$ – произвольные нелинейные функции.

Замечание 1. Если в системе возможны несколько дефектов, то в общем случае для развязки от них требуется построить банк из нескольких компенсаторов. От дефектов в датчиках рассмотренным методом развязать

ся невозможно; если величина такого дефекта неизвестна, то необходимо исключить из системы управления показания соответствующего датчика или использовать вместо него виртуальный датчик [23].

Отметим, что нелинейная система (2.1) может быть получена из нелинейной системы общего вида

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), d(t)), \\ y(t) &= h(x(t)) \end{aligned}$$

за счет выполнения ряда преобразований [22].

Предполагается, что дефекты в системе приводят к изменению значения ее некоторого параметра, в результате чего $d(t)$ представляет собой произведение этого изменения на некоторую компоненту вектора $x(t)$ или $u(t)$ и является неизвестной ограниченной функцией времени; место появления дефекта указывает матрица D . Дефект может быть обнаружен и локализован известными методами технической диагностики (см., например, [2]), но функция $d(t)$ остается неизвестной.

Предполагается также, что функция от компонент вектора состояния $x(t)$ системы, для которой требуется обеспечить полную или частичную развязку от дефектов, задана известной матрицей H_0 , определяющей переменную $y_0(t) = H_0 x(t)$. Такая развязка обеспечивается за счет введения в систему динамической обратной связи, которая реализуется с помощью компенсатора, в общем случае описываемого нелинейными уравнениями

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \dot{z}(t) &= \varphi(z(t), v(t), y(t)), \\ u(t) &= g_*(z(t), v(t), y(t)), \end{aligned}$$

где $z(t) \in \mathbb{R}^k$ – вектор состояния компенсатора размерности $k < n$, $v(t)$ – новое управление, функции φ и g_* подлежат определению. При этом переменная $y_0(t)$ должна выражаться через вектор состояния $z(t)$.

Для дискретного аналога системы (2.2) задача нечувствительности (или полной развязки) к возмущениям и дефектам с помощью обратной связи была решена в общем виде в [18, 19] на основе достаточно сложного математического аппарата алгебры функций. В настоящей работе задача полной или частичной развязки, обеспечивающей нечувствительность или минимальную чувствительность к дефектам, решается для системы (2.1) на основе логико-динамического подхода [22], оперирующего только методами линейной алгебры.

Решение поставленной задачи основывается на подмодели системы (2.1), не чувствительной или минимально чувствительной к появлению дефектов, и последующем построении на ее основе компенсатора. Отметим, что в [24] для решения задач построения интервальных наблюдателей строится подмодель минимальной размерности. В отличие от этого компенсатор, поставляющий обратную связь, строится на основе подмодели максимальной размерности $k < n$, что обеспечивает наилучшие условия выполнения равенства

$y_0(t) = H_0x(t)$. Такая подмодель описывается уравнением

$$(2.4) \quad \dot{x}_*(t) = F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + C_*\Psi_*(x_*(t), y(t), u(t)),$$

где $x_*(t) \in \mathbb{R}^k$ – вектор состояния подмодели размерности $k < n$, F_* , G_* , J_* , H_* и C_* – матрицы, подлежащие определению,

$$(2.5) \quad C_*\Psi_*(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} \varphi_{i_1}(A_{*1,i_1}x_* + A_{*2,i_1}y, u) \\ \dots \\ \varphi_{i_k}(A_{*1,i_k}x_* + A_{*2,i_k}y, u) \end{pmatrix},$$

A_{*1,i_1} , A_{*2,i_1} , \dots , A_{*1,i_k} , A_{*2,i_k} – матрицы, подлежащие определению; через $C_*\Psi_*$ обозначена функция $C_*\Psi$, в которой вектор x заменен на x_* и y на основе соотношения $A_i x = A_{*1,i}x_* + A_{*2,i}y$, $i = i_1, \dots, i_k$ – номера ненулевых столбцов матрицы C_* .

3. Построение подмодели, нечувствительной к дефектам

Уточним, что подмодель (2.4), на основе которой будет строиться компенсатор, – это виртуальный объект, фактически она представляет собой часть системы (2.1), динамика которой определяется вектором состояния x_* , связанным с вектором x соотношением $x_*(t) = \Phi x(t)$, где Φ – некоторая постоянная матрица. Отметим, что в общем случае эти векторы могут быть связаны нелинейной функцией, предположение о ее линейности – это ограничение на класс решений, характерное для логико-динамического подхода, который используется для решения задачи.

Известно [22, 24], что эта матрица удовлетворяет уравнениям

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \Phi F &= F_*\Phi + J_*H, & \Phi G &= G_*, & \Phi C &= C_*, & \Phi D &= D_* \\ A_i &= (A_{*1,i} \ A_{*2,i}) \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, & i &= i_1, \dots, i_k. \end{aligned}$$

Последнее равенство в (3.1) справедливо в том случае, когда

$$(3.2) \quad \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A' \end{pmatrix},$$

где матрица A' составлена из строк A_{i_1}, \dots, A_{i_k} .

Для решения поставленной задачи вводится дополнительное условие $y_0(t) = H_*x_*(t)$ для некоторой матрицы H_* , т.е. переменная $y_0(t) = H_0x(t)$ должна выражаться через вектор состояния компенсатора. Из $x_*(t) = \Phi x(t)$ отсюда следует условие

$$(3.3) \quad \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix}.$$

Если оно не выполняется, задача решения не имеет. При его выполнении матрица H_* определяется из уравнения $H_*\Phi = H_0$.

Чтобы обеспечить условие $\Phi D = D_* = 0$ нечувствительности к дефектам, введем матрицу D_0 максимального ранга такую, что $D_0 D = 0$. Тогда из $\Phi D = 0$ следует равенство $\Phi = N D_0$ для некоторой матрицы N . Заменяем в соотношении $\Phi F = F_* \Phi + J_* H$ матрицу Φ на $N D_0$: $N D_0 F = F_* N D_0 + J_* H$ и запишем полученное выражение в следующем виде, отделив неизвестные матрицы от известных:

$$(3.4) \quad \left(\begin{array}{ccc} N & -F_* N & -J_* \end{array} \right) \begin{pmatrix} D_0 F \\ D_0 \\ H \end{pmatrix} = 0.$$

Решение уравнения (3.4) позволяет определить матрицы F_* , J_* и N , что, в свою очередь, позволит найти матрицу Φ . Пусть составная матрица $(X \ Y \ Z)$ содержит все линейно независимые решения уравнения (3.4), т.е.

$$(3.5) \quad \left(\begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array} \right) \begin{pmatrix} D_0 F \\ D_0 \\ H \end{pmatrix} = 0.$$

Из сопоставления уравнений (3.4) и (3.5) следует равенство $Y = -F_* X$, из которого ясно, что матрицы Y и X не могут быть произвольными: строки матрицы Y должны линейно выражаться через строки матрицы X . Для учета последнего факта строки матрицы Y , линейно независимые от строк матрицы X , необходимо из нее удалить. Эта процедура реализуется с помощью алгоритма 1, где $Y_j - j$ -я строка матрицы Y , $j = 1, \dots, p$, p - число строк матрицы Y .

Алгоритм 1.

1. Принять $j = 1$.
2. Если $\text{rank}(X) = \text{rank} \begin{pmatrix} X \\ Y_j \end{pmatrix}$, перейти к п. 4, в противном случае - к п. 3.
3. Удалить j -ю строку из матрицы $(X \ Y \ Z)$, принять $p := p - 1$ и перейти к п. 1.
4. Если $j < p$, принять $j := j + 1$ и перейти к п. 2, в противном случае конец процедуры.

Полученную в результате выполнения алгоритма матрицу обозначим $(X_0 \ Y_0 \ Z_0)$, для нее строки матрицы Y_0 линейно выражаются через строки матрицы X_0 . Примем $\Phi := X_0 D_0$, $C_* := \Phi C$ и построим матрицу A' ; если матрица Φ удовлетворяет условию (3.2), то нелинейный компенсатор, не чувствительный к дефекту, может быть построен. В противном случае полная развязка от влияния дефектов недостижима, необходимо обратиться к робастным методам. Если для этой матрицы не выполняется условие (3.3), задача решения не имеет.

Примем $J_* = -Z_0$ и $G_* = \Phi G$, матрица F_* определяется из алгебраического уравнения $Y_0 = -F_* X_0$, которое заведомо имеет решение, поскольку согласно алгоритму 1 Y_0 линейно выражаются через строки матрицы X_0 . Таким образом, матрицы, описывающие линейную часть подмодели, найдены.

Для построения нелинейной части принимаем $C_* = \Phi C$ и из уравнения (3.1) определяем матрицы $A_{*1,i}, A_{*2,i}, i = i_1, \dots, i_k$, что дает нелинейную составляющую (2.5) и в результате – подмодель (2.4).

4. Построение робастной подмодели

Если $(X_0 \ Y_0 \ Z_0) = 0$ или матрица Φ не удовлетворяет условию (3.2), то компенсатор, не чувствительный к дефектам, не может быть построен. В этом случае необходимо обратиться к робастным методам, позволяющим минимизировать вклад дефекта в модель (2.4). Для этого запишем соотношение $\Phi F = F_* \Phi + J_* H$ в виде, аналогичном (3.3), сняв ограничение $\Phi D = D_* = 0$ нечувствительности к дефектам и отделив неизвестные матрицы от известных:

$$(4.1) \quad (\Phi \ -F_* \Phi \ -J_*) \begin{pmatrix} F \\ E \\ H \end{pmatrix} = 0,$$

где E – единичная матрица. Теперь уравнение (4.1) может иметь решения, допускающие чувствительность модели к дефектам.

Как и выше, рассмотрим составную матрицу $(X \ Y \ Z)$, содержащую все линейно независимые решения уравнения (4.1), т.е.

$$(X \ Y \ Z) \begin{pmatrix} F \\ E \\ H \end{pmatrix} = 0.$$

Применяя к матрице $(X \ Y \ Z)$ алгоритм 1, получим в результате матрицу $(X_* \ Y_* \ Z_*)$, для которой $Y_* = -MX_*$ с некоторой матрицей M . Если это уравнение имеет несколько решений, им будет соответствовать несколько матриц Φ : $\Phi^{(1)}, \dots, \Phi^{(s)}$. Определяя для каждой из них норму $\|\Phi^{(i)} D\|$, соответствующую вкладу дефекта в компенсатор, можно выбрать вариант с наименьшей нормой, соответствующей минимальному вкладу дефектов в подмодель.

Лучший результат можно получить, задавая матрицу Φ в виде $\Phi = \sum_{i=1}^s v_i \Phi^{(i)}$ и выбирая весовые коэффициенты v_1, \dots, v_s исходя из минимума нормы $\|\Phi D\|$. Такой подход, однако, возможен только в том случае, когда матрица F_* в выражении $\Phi F = F_* \Phi + J_* H$ остается неизменной для разных Φ . Реализуем этот подход, выбрав F_* в канонической форме

$$(4.2) \quad F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

что дополнительно позволит упростить процедуру синтеза. С учетом канонической формы (4.2) уравнения (3.1) принимают вид [22]

$$(4.3) \quad \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i} H, \quad i = 1, \dots, k-1, \quad \Phi_k F = J_{*k} H,$$

где Φ_i и J_{*i} – i -е строки матриц Φ и J_* , $i = 1, \dots, k$. Известно [22], что эти уравнения можно свернуть в одно:

$$(4.4) \quad (\Phi_1 \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})V^{(k)} = 0,$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix}.$$

Известно также [22], что задача минимизации вклада дефектов в подмодель сводится к минимизации нормы $\|\Phi D\| = \|(\Phi_1 \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})D^{(k)}\|$ при выполнении условия (4.4), где

$$D^{(k)} = \begin{pmatrix} D & FD & F^2D & \dots & F^{k-1}D \\ 0 & HD & HFD & \dots & HF^{k-2}D \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

При решении этой задачи предлагается найти такое максимальное значение размерности $k < n$, при котором уравнение (4.4) имеет несколько (более одного) линейно независимых решений вида $(\Phi_1 \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})$. Все эти решения в количестве s сводятся в матрицу W , каждая строка которой представляет некоторое решение уравнения (4.4):

$$W = \begin{pmatrix} \Phi_1^{(1)} & -J_{*1}^{(1)} & -J_{*2}^{(1)} & \dots & -J_{*k}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_1^{(s)} & -J_{*1}^{(s)} & -J_{*2}^{(s)} & \dots & -J_{*k}^{(s)} \end{pmatrix}.$$

Из сказанного выше также следует, что решением является и произвольная линейная комбинация строк этой матрицы с вектором весовых коэффициентов $v = (v_1, \dots, v_s)$. Задача состоит в определении такого вектора v , который дает минимум нормы $\|vWD^{(k)}\|$.

Для решения этой задачи найдем сингулярное разложение матричного произведения $WD^{(k)}$, т.е. представим матрицу $WD^{(k)}$ в виде

$$WD^{(k)} = U_D \Sigma_D V_D,$$

где U_D и V_D – ортогональные матрицы, Σ_D в зависимости от соотношения чисел строк и столбцов матрицы $WD^{(k)}$ имеет вид

$$\Sigma_D = (\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_w) \quad 0)$$

или

$$\Sigma_D = \begin{pmatrix} \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_w) \\ 0 \end{pmatrix},$$

$w = \min(s, k)$, $0 \leq \sigma_1 \leq \dots \leq \sigma_w$ – сингулярные числа матрицы $WD^{(k)}$ [22, 25]. Первый транспонированный столбец матрицы U_D выбирается в качестве

вектора весовых коэффициентов $v = (v_1, \dots, v_s)$. Из структуры сингулярного разложения и свойств ортогональных матриц следует, что норма матрицы $vWD^{(k)}$ равна минимальному сингулярному числу σ_1 [22], при этом $(\Phi_1 - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k}) = vW$. Далее из (4.3) определяются строки матрицы Φ и строится матрица A' ; если эта матрица удовлетворяет условиям (3.2) и (3.3), принимаем $G_* = \Phi G$, $C_* = \Phi C$ и из уравнения (3.1) определяем матрицы $A_{*1,i}$, $A_{*2,i}$, $i = i_1, \dots, i_k$, чем завершается синтез робастной модели. Отметим, что это решение будет оптимальным для выбранной размерности k ; ее изменение может дать лучший вариант решения задачи по критерию минимума нормы $\|(\Phi_1 - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k})D^{(k)}\|$. Если условие (3.2) или (3.3) не выполняется, нужно выбрать второй или последующие транспонированные столбцы матрицы U_D .

5. Построение компенсатора

Чтобы избежать путаницы в изложении, обозначим вектор состояния строящегося компенсатора как $z(t) := x_*(t)$, оставив обозначения для остальных элементов, в частности матрицы H_* и функции f_* , прежними.

Ниже предполагается, что условие (3.3) выполняется, т.е. $y_0 = H_*z$. Обозначим через X_y множество компонент вектора z , участвующих в формировании y_0 . Для построения компенсатора запишем модель (2.4) в компактном виде:

$$(5.1) \quad \dot{z}(t) = f_*(z(t), u(t), y(t)).$$

Если даже эта модель не содержит в явном виде неизвестную функцию $d(t)$ (когда достигается полная развязка), ее вектор состояния испытывает влияние дефектов из-за наличия в (5.1) вектора $y(t)$. Для построения компенсатора это влияние необходимо устранить путем корректировки вектора управления $u(t)$ за счет введения обратной связи с новым вектором управления $v(t)$. Приводимый ниже алгоритм производит необходимый анализ и формирует обратную связь, если это возможно. Обозначим через f_{*j} j -ю компоненту функции f_* .

Алгоритм 2.

1. Разбить компоненты вектора y на два непересекающиеся множества Y_g (*хорошие* – *good*) и Y_b (*плохие* – *bad*) по правилам: переменная y_i включается в Y_g , если она не входит в функцию f_* или y_i может быть выражена через компоненты вектора z ; в противном случае y_i включается в Y_b . Если $Y_b = \emptyset$, полная или частичная развязка от воздействия дефектов достигается без использования компенсатора, поскольку y_i в функции f_* можно заменить на функцию от вектора z .
2. Если $Y_b \neq \emptyset$, то для каждой $y_i \in Y_b$ найти такое z_j , что f_{*j} зависит от y_i и не зависит от u . Обозначим через X_b множество всех таких z_j , оно состоит из всех компонент вектора состояния, которые испытывают влияние дефекта из-за того, что в f_{*j} входит переменная y_i , не скомпенсированная за счет управления. Если $X_b = \emptyset$, перейти к п. 4.

3. Для каждого $z_j \in X_b$ найти функции f_{*i} , зависящие от z_j . Если все f_{*i} зависят от u , добавить z_j к Y_b и удалить его из X_b . Если для некоторого i это условие не выполняется, переменная z_i не может быть развязана от дефектов; если $z_i \in X_y$, т.е. эта переменная участвует в формировании переменной y_0 , задача решения не имеет. Если $z_i \notin X_y$, добавить z_i к X_b и продолжить выполнение п. 3 до тех пор, пока $X_b = \emptyset$ или X_b перестанет меняться. Итоговое множество Y_b содержит те переменные, которые будут участвовать в формировании обратной связи для компенсации влияния дефектов.
4. Найти в функции $f_*(z, u, y)$ все члены вида $\gamma_i(z, u, y)$, $i = 1, \dots, r$, зависящие от u и элементов из множества Y_b ; будем полагать, что $r \leq m$. Сформировать систему уравнений для нового вектора управления $v = (v_1 \dots v_m)^T$:

$$\begin{aligned} v_1 &= \gamma_1(z, u, y), \\ &\dots \\ v_r &= \gamma_r(z, u, y). \end{aligned}$$

Полагая, что эта система разрешима относительно переменных u_1, \dots, u_r , найти ее решение:

$$(5.2) \quad \begin{aligned} u_1 &= \gamma_1(z, u, y, v), \\ &\dots \\ u_r &= \gamma_r(z, u, y, v); \\ u_{r+1} &= v_{r+1}, \dots, u_m = v_m. \end{aligned}$$

Заменить в (5.1) вектор u вектором v согласно правилам (5.2), что дает динамическую часть компенсатора (2.3); его статическая часть совпадает с (5.2).

6. Пример

Рассмотрим нелинейную систему

$$(6.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1/\vartheta_1 - a_1\sqrt{x_1 - x_2} - d, \\ \dot{x}_2 &= u_2/\vartheta_2 + a_1\sqrt{x_1 - x_2} - a_2\sqrt{x_2 - x_3}, \\ \dot{x}_3 &= a_2\sqrt{x_2 - x_3} - a_3\sqrt{x_3 - \vartheta_7}, \\ y &= x_1, \end{aligned}$$

где $a_1 = \vartheta_4\sqrt{2\vartheta_8}/\vartheta_1$, $a_2 = \vartheta_5\sqrt{2\vartheta_8}/\vartheta_2$, и $a_3 = \vartheta_6\sqrt{2\vartheta_8}/\vartheta_3$. Приведенные уравнения описывают известную трехтанковую систему (рис. 2) [26], где $x_1, x_2,$

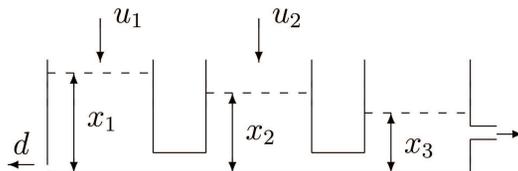


Рис. 2. Трехтанковая система.

x_3 – уровни жидкости в танках. Система состоит из трех танков сечением ϑ_1, ϑ_2 и ϑ_3 соответственно; танки соединяются трубами с сечениями ϑ_4 и ϑ_5 . Жидкость втекает в первый и второй танки и вытекает из третьего по трубе сечения ϑ_6 , расположенной на высоте ϑ_7 ; ϑ_8 – гравитационная постоянная. Управления u_1 и u_2 соответствуют поступающей извне жидкости. Ненулевое значение функции $d(t) > 0$ соответствует появлению утечки в первом танке, нечувствительной к ней должна быть переменная $y_0(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) = x_3(t)$. Величина утечки предполагается неизвестной, поэтому ее нельзя компенсировать увеличением u_1 , необходимо использовать описанный выше метод.

Для простоты примем $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, $\vartheta_7 = 0$. Начальные условия и управление предполагаются таковыми, что $x_1(t) \geq x_2(t) \geq x_3(t) \geq 0$ при всех $t \geq 0$.

Ясно, что для (6.1) $F = 0$, и непосредственно применить рассмотренный подход невозможно. Для преодоления этой трудности преобразуем (6.1) введением формальных членов $-(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)$, $((x_1 - x_2) - (x_2 - x_3)) - ((x_1 - x_2) - (x_2 - x_3))$ и $(x_2 - x_3 - x_3) - (x_2 - x_3 - x_3)$ в первое, второе и третье уравнения соответственно. Слагаемое $-(x_1 - x_2)$ добавляется к линейной части, $(x_1 - x_2)$ – к нелинейной; остальные члены рассматриваются аналогично. В результате система описывается следующими матрицами и нелинейностями:

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad H = (1 \ 0 \ 0), \quad H_0 = (0 \ 0 \ 1),$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Psi(x) = \begin{pmatrix} -\sqrt{A_1 x} + A_1 x \\ -\sqrt{A_2 x} + A_2 x \\ -\sqrt{A_3 x} + A_3 x \end{pmatrix},$$

$$A_1 = (1 \ -1 \ 0), \quad A_2 = (0 \ 1 \ -1), \quad A_3 = (0 \ 0 \ 1).$$

Так как $D = (1 \ 0 \ 0)^T$, то $D_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; уравнение (3.5) принимает вид

$$(X \ Y \ Z) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

и имеет решение

$$(X \ Y \ Z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно видеть, что условие п. 2 алгоритма 1 выполняется для обеих строк матрицы Y , поэтому

$$(X_0 \ Y_0 \ Z_0) = (X \ Y \ Z),$$

откуда

$$J_* = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F_* = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad G_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку $H_0 = (0 \ 0 \ 1)$, условие (3.3) с очевидностью выполняется; матрица H_* определяется из уравнения $H_0 = H_*\Phi$ и имеет вид $H_* = (0 \ 1)$.

В результате линейная часть подмодели (2.4) описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}_{*1} &= u_2 - 2x_{*1} + x_{*2} + y, \\ \dot{x}_{*2} &= x_{*1} - 2x_{*2}, \end{aligned}$$

где $x_{*1} = \Phi_1 x = x_2$, $x_{*2} = \Phi_2 x = x_3$. Дополнительно $y_0 = H_* x_* = x_{*2}$, т.е. $X_y = \{x_{*2}\}$.

Поскольку в матрице $C_* = \Phi C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ все столбцы ненулевые, матрица A' содержит три строки A_1, A_2, A_3 ; условие (3.2) для нее выполняется. Решение уравнения (3.1) дает

$$A_{*1,1} = (-1 \ 0), \quad A_{*2,1} = 1, \quad A_{*1,2} = (1 \ -1), \quad A_{*2,2} = 0, \quad A_{*1,3} = (0 \ 1), \quad A_{*2,3} = 0.$$

В результате нелинейная составляющая (2.5) принимает вид

$$C_* \Psi_*(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} \sqrt{y - x_{*1}} - (y - x_{*1}) - \sqrt{x_{*1} - x_{*2}} + (x_{*1} - x_{*2}), \\ \sqrt{x_{*1} - x_{*2}} - (x_{*1} - x_{*2}) - \sqrt{x_{*2}} + x_{*2} \end{pmatrix}.$$

Добавляя ее к линейной части, получаем в итоге описание нелинейной подмодели:

$$(6.2) \quad \begin{aligned} \dot{x}_{*1} &= u_2 + \sqrt{y - x_{*1}} - \sqrt{x_{*1} - x_{*2}}, \\ \dot{x}_{*2} &= \sqrt{x_{*1} - x_{*2}} - \sqrt{x_{*2}}. \end{aligned}$$

Так как $y = x_1$ не выражается через вектор $z := x_*$, применение п. 1 алгоритма 2 дает $Y_g = \emptyset$, $Y_b = \{y\}$. Пункт 2 этого же алгоритма приводит к $X_b = \emptyset$, а п. 4 дает $r = 1$ и одно уравнение $v_2 = u_2 + \sqrt{y - z_1}$, которое с очевидностью разрешимо относительно u_2 :

$$u_2 = v_2 - \sqrt{y - z_1}.$$

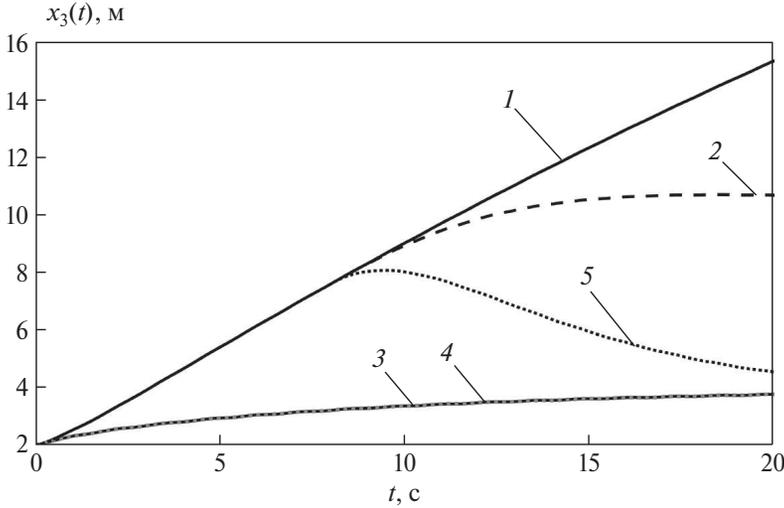


Рис. 3. Поведение переменной $x_3(t) = y_0(t)$.

Принимаем $v_1 = u_1$; подставляя в (6.2) вместо u_2 полученное выше выражение, получаем в итоге описание компенсатора:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= v_2 - \sqrt{z_1 - z_2}, \\
 \dot{z}_2 &= \sqrt{z_1 - z_2} - \sqrt{z_2}, \\
 (6.3) \quad u_1 &= v_1, \\
 u_2 &= v_2 - \sqrt{y - z_1}.
 \end{aligned}$$

При моделировании принято $u_1(t) = 5$, $u_2(t) = 2 \sin(5t)$. На рис. 3 представлены результаты поведения переменной $x_3(t) = y_0(t)$ системы (6.1) с начальным состоянием $x(0) = 0$ для пяти разных случаев. Кривая 1 отражает поведение этой переменной без дефекта и развязки; 2 – дефект $d = 4$ появляется в момент $t = 8$, но развязка от дефекта не вводилась, что отразилось в изменении этой переменной при $t > 8$. Кривые 3 и 4 соответствуют введению развязки с $v_2(t) = 2 + \sin(5t)$ в момент $t = 0$ в системе без дефекта и с дефектом соответственно; поскольку кривые 3 и 4 совпадают, дефект не проявляет себя. Кривая 5 соответствует системе с дефектом и развязкой с $v_2(t) = 2 + \sin(5t)$, вводимой в момент $t = 8$, до этого момента поведение переменной $y_0(t)$ совпадает с кривой 1.

Видно, что поведение кривых 3 и 4, когда развязка с $v_2(t) = 2 + \sin(5t)$ вводилась в момент $t = 0$, не совпадает с поведением переменной без дефекта (кривая 1). Чтобы достичь такого совпадения, нужно решать задачу управления для переменной $v_2(t)$ в системе (6.1) с компенсатором (6.3), что представляет собой самостоятельную задачу, решаемую известными методами. Аналогично в случае 5: чтобы поведение переменной $y_0(t)$, $t > 8$, при появлении дефекта и введении компенсатора совпадало с ее поведением без дефекта, нужно решать задачу управления для переменной $v_2(t)$.

7. Заключение

В работе была поставлена и решена задача получения свойства отказоустойчивости технических систем, описываемых нелинейными динамическими моделями, за счет введения обратной связи, обеспечивающей полную или частичную развязку от дефектов. Для решения задачи был использован логико-динамический подход, позволивший решить задачу используя только методы линейной алгебры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Половко А.М., Гуров С.В.* Основы теории надежности. СПб.: ПХВ-Петербург, 2006.
2. *Мироновский Л.А.* Функциональное диагностирование динамических систем. М.-СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.
3. *Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M.* Diagnosis and fault-tolerant control (3rd ed.). Berlin: Springer, 2016.
4. *Sarkar N.* Fault-accommodating thruster force allocation of an AUV considering thruster redundancy and saturation // IEEE Trans. Robot. Autom. 2002. P. 223–233.
5. *Li Z., Li C., Li S., Cao X.* A fault-tolerant method for motion planning of industrial redundant manipulator // IEEE Trans. Indust. Inform. 2020. V. 16. P. 7469–7478.
6. *Tao G.* Adaptive control design and analysis. Virginia: John Wiley & Sons, 2001.
7. *Мирошник И.В., Никуфоров В.О., Фрадков А.Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
8. *Fan Q.-Y., Xu S., Deng C., Wang C.-C.* Event triggered fault tolerant control for nonlinear systems based on adaptive fault estimation // Proc. of the 16th Int. Conf. Control, Automation, Robotics and Vision. Shenzhen, China. 2020. P. 1236–1241.
9. *Joshi S., Talange D.* Fault tolerant control for autonomous underwater vehicle // Proc. of the IEEE Int. Conf. Mechatronics and Automation. Tianjin, China. 2014. P. 658–662.
10. *Rotondo D., Puig V., Nejjari F., Romera J.* A fault-hiding approach for the switching quasi-LPV fault-tolerant control of a four-wheeled omnidirectional mobile robot // IEEE Trans. Indust. Electronics. 2015. V. 62. P. 3932–3944.
11. *Ling Y., Sun X., Wu X., Liu J.* Robust H_∞ fault-tolerant control for uncertain linear system based on pole assignment // Proc. of the 2nd IEEE Conf. Indust. Electronics and Applications. Harbin, China. 2007. P. 2701–2706.
12. *Liu C., Jiang B., Zhang K.* Adaptive fault-tolerant H -infinity output feedback control for lead-wing close formation flight // IEEE Trans. Syst. Man. Cybernet. Syst. 2020. V. 50. P. 2804–2814.
13. *Miguel A., Puig V., Alenya G.* Fault-tolerant control of a service robot using a LPV robust unknown input observer // Proc. of the 4th Conf. Control and Fault Tolerant Systems. Casablanca, Morocco. 2019. P. 207–212.
14. *Nair R., Karki H., Shukla A., Behera L., Jamshidi M.* Fault-tolerant formation control of nonholonomic robots using fast adaptive gain nonsingular terminal sliding mode control // IEEE Syst. J. 2019. V. 13. P. 1006–1017.

15. *Van M., Ge S., Ren H.* Robust fault-tolerant control for a class of second-order nonlinear systems using an adaptive third-order sliding mode control // *IEEE Trans. Syst. Man. Cybernet. Syst.* 2017. V. 47. P. 221–228.
16. *Yin S., Yang H., Kaynak O.* Sliding mode observer-based FTC for markovian jump systems with actuator and sensor faults // *IEEE Trans. Autom. Control.* 2017. V. 62. No. 7. P. 3551–3558.
17. *Chen C., Xu S., Liang Y.* Study of nonlinear integral sliding mode fault-tolerant control // *IEEE/ASME Trans. Mechatronics.* 2016. V. 21. P. 1160–1168.
18. *Kaldmae A., Kotta U., Shumsky A., Zhirabok A.* Measurement feedback disturbance decoupling in discrete-time nonlinear systems // *Automatica.* 2013. V. 49. P. 2887–2891.
19. *Kaldmae A., Kotta U., Jiang B., Shumsky A., Zhirabok A.* Faulty plant reconfiguration based on disturbance decoupling methods // *Asian J. Control.* 2016. V. 8. No. 3. P. 858–867.
20. *Справчник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского.* М.: Наука, 1987.
21. *Isidori A., Krener A., Gori-Giorgi C., Monaco S.* Nonlinear decoupling via feedback: A differential geometric approach // *IEEE Trans. Autom. Control.* 1981. V. AC-26. P. 331–345.
22. *Жирабок А.Н., Шумский А.Е., Соляник С.П., Суворов А.Ю.* Метод построения нелинейных робастных диагностических наблюдателей // *АиТ.* 2017. № 9. С. 34–48.
Zhirabok A., Shumsky A., Solyanik S., Suvorov A. Design of nonlinear robust diagnostic observers // *Autom. Remote Control.* 2017. No. 9. P. 1572–1584.
23. *Жирабок А.Н., Зуев А.В., Бобко Е.Ю.* Метод построения виртуальных датчиков для замены отказавших физических датчиков // *Мехатроника, автоматизация, управление.* 2023. Т. 24. № 10. С. 526–532.
24. *Жирабок А.Н., Зуев А.В., Ким Ч.И.* Интервальное оценивание в дискретных линейных системах с параметрическими неопределенностями // *Известия РАН. Теория и системы управления.* 2023. № 6. С. 116–125.
25. *Low X., Willsky A., Verghese G.* Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems // *Automatica.* 1996. V. 22. P. 333–344.
26. *Patton R., Chen J.* A review of parity space approach to fault diagnosis // *Proc. 1th IFAC Symp. Safeprocess, Baden-Baden, Germany, 1991.* P. 239–255.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Бобцовым.

Поступила в редакцию 15.11.2023

После доработки 15.04.2024

Принята к публикации 20.04.2024